5.49 In base alla Proposizione 5.42, ogni elemento invertibile di A_1 viene inviato da f in un elemento invertibile di A_2. Quindi $f(\mathcal{U}(A_1)) \subset \mathcal{U}(A_2)$. Ciò prova che la restrizione/corestrizione di f proposta dall'enunciato è ben definita. Applicando la stessa considerazione a $f^{-1}: A_2 \rightarrow A_1$, isomorfismo di anelli inverso di f, si prova che $f^{-1}(\mathcal{U}(A_2)) \subset \mathcal{U}(A_1)$. Da quest'ultima relazione, determinando su entrambi i membri l'immagine diretta secondo f, si deriva l'inclusione $\mathcal{U}(A_2) \subset f(\mathcal{U}(A_1))$. Si noti che l'insieme a primo membro si ottiene in virtù della surgettività di f. In conclusione, si ha che $f(\mathcal{U}(A_1)) = \mathcal{U}(A_2)$. Ne consegue che l'applicazione f' è surgettiva. Dato che la sua iniettività segue da quella di f, si conclude che f' è bigettiva. Resta da dimostrare che verifica la definizione di omomorfismo di gruppi. Ma questa è un'immediata conseguenza della proprietà di omomorfismo di f: infatti, per ogni $a, b \in \mathcal{U}(A_1)$ si ha

$$f'(a \cdot_{\mathcal{U}(A_1)} b) = f(a \cdot_1 b) = f(a) \cdot_2 f(b) = f'(a) \cdot_{\mathcal{U}(A_2)} f'(b).$$